

# 小学数学高分题库修订说明

## 第一章 数与代数

### 选择题

第6题（题目 P2，答案 P2）

解析： $36 + a + b = 36 + 24 = 84$  改为  $36 + a + b = 36 + 24 \times 2 = 84$ 。

## 第二章 不等式

### 填空题

第12题（题目 P14，答案 P10） 答案： $-2$  改为  $-6$ 。解析改为：
$$\begin{cases} 2x - a < 1 \\ x - 2b > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1+a}{2} \\ x > 3+2b \end{cases}$$

$$-1 < x < 3, \therefore \begin{cases} \frac{1+a}{2} = 3 \\ 3+2b = -1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}, \therefore (a+1)(b+1) = 6 \times -1 = -6。$$

第15题（题目 P14，答案 P10） 答案： $x \leq 3$  改为  $a \leq 3$ ，解析不变。

第22题（4）小题（题目 P14，答案 P11） 题目： $\frac{1}{3}x - 5 < \frac{1}{y}y - 5$  改为  $\frac{1}{3}x - 5 < \frac{1}{3}y - 5$ 。

### 解答题

第6题（题目 P17，答案 P13） 解析调整为：

证明： $a, b, c$  都是正数，

$$\therefore \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2a} \cdot \frac{1}{2b}} \geq \frac{1}{\sqrt{ab}},$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} > 0, \text{即} \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq \frac{2}{a+b},$$

$$\therefore \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \geq \frac{2}{a+b}, \therefore \text{同理可得}, \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} \geq \frac{2}{b+c}, \frac{1}{2a} + \frac{1}{2c} \geq \frac{2}{a+c},$$

∴三式相加，可得  $\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} \geq \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$ 。

注：原解析无误，但较复杂。

## 第三章 集合与简易逻辑

### 填空题

第5题（题目 P21，答案 P16） 答案不变，解析改为：

$$M = \{x | 1 \leq x \leq 10, x \in N\} = \{1, 2, \dots, 10\},$$

∴  $M$  中所有非空子集中含有1的有10类：

①单元素集合只有  $\{1\}$  含有1，即1出现了  $C_9^0$  次；

②双元素集中含有1的有  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \dots, \{1, 10\}$ ，即1出现了  $C_9^1$  次；

③三元素集中含有1的有  $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \dots, \{1, 9, 10\}$ ，即1出现了  $C_9^2$  次；

...

⑩含有十个元素  $\{1, 2, \dots, 10\}$  中1出现了  $C_9^9$  次；

$$\therefore 1 \text{ 共出现 } C_9^0 + C_9^1 + C_9^2 + \dots + C_9^9 = 2^9,$$

同理 2, 3, 4, ..., 10 各出现  $2^9$  次，

$$\therefore M \text{ 的所有非空子集中，这些和的总和是 } 2^9 \times [(-1)^1 + 2 \times (-1)^2 + \dots + 10 \times (-1)^{10}] =$$

$$2^9 \times 5 = 2560.$$

注：即原解析中的 29 改为  $2^9$ 。

## 第四章 函数

### 选择题

第3题（题目 P24，答案 P20） 答案不变，解析： $-\frac{b}{2} \leq 1$  改为  $-\frac{b}{2} \geq 1$ 。

第24题（题目 P27，答案 P23） 答案不变，解析改为：

$$2 \log_a(M - 2N) = \log_a M + \log_a N \Rightarrow \log_a(M - 2N)^2 = \log_a MN,$$

由此得出  $(M - 2N)^2 = MN$ ,  $M - 2N > 0$ ,  $M > 2N > 0$ ,

所以  $M^2 - 5MN + 4N^2 = 0$ , 解得  $M = 4N$  或  $M = N$  (舍去), 所以  $\frac{M}{N} = \frac{4N}{N} = 4$ 。

**第 36 题** (题目 P29, 答案 P25) 解析:  $\log_2 \left[ \log_{\frac{1}{2}} (\log_2 x) \right] = 0$  改为  $\log_2 \left[ \log_{\frac{1}{2}} (\log_2 x) \right] = 0$ 。

**第 41 题** (题目 P30, 答案 P25) 答案: A 改为 D。解析: 由函数  $y = \log_{\frac{1}{2}} (ax^2 + 2x + 1)$  的值

域为  $R$ , 则函数  $u(x) = ax^2 + 2x + 1$  须含有所有正实数, 当  $a = 0$  时,  $u(x) = 2x + 1$  在  $x > -\frac{1}{2}$

时能取遍所有正实数; 当  $a \neq 0$  时, 必有  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < a \leq 1$ 。综上所述,

$a$  的取值范围为  $0 \leq a \leq 1$ 。

**第 44 题** (题目 P30, 答案 P26) 答案: B 改为 A。解析:  $y = -\log_2 (x^2 - ax - a)$  在区间

$(-\infty, 1 - \sqrt{3})$  上为增函数,  $\therefore y = \log_2 (x^2 - ax - a)$  在区间  $(-\infty, 1 - \sqrt{3})$  上为减函数, 又函数

$t = x^2 - ax - a$ , 对称轴为  $x = \frac{a}{2}$ , 函数  $t$  在  $(-\infty, \frac{a}{2})$  是单调减函数,  $\therefore \frac{a}{2} \geq 1 - \sqrt{3}$ ,

$a \geq 2 - 2\sqrt{3}$  ①, 且  $(1 - \sqrt{3})^2 - a(1 - \sqrt{3}) - a \geq 0$ , 解得  $a \leq 2$  ②, 综上所述,  $a$  的取值范围为

$2 - 2\sqrt{3} \leq a \leq 2$ 。

**第 74 题** (题目 P33, 答案 29) 答案不变, 解析改为:

$\tan(-80^\circ) = -\tan 80^\circ$ ,  $\cos(\pi - 80^\circ) = -\cos 80^\circ = k$ ,  $\cos 80^\circ = -k$ ,  $\sin 80^\circ = \sqrt{1 - k^2}$ ,

$\therefore -\tan 80^\circ = \frac{-\sqrt{1 - k^2}}{-k} = \frac{\sqrt{1 - k^2}}{k}$ 。

**第 92 题** (题目 P36, 答案 P32) 题目及解析: 函数  $y = 3 \sin x$  改为函数  $y = \sin 3x$ 。

## 填空题

**第 1 题** (题目 P38, 答案 P35) 答案:  $-\sqrt{-x} + 1$  改为  $-\sqrt{-x} - 1$ , 解析不变。

**第 13 题** (题目 P39, 答案 P36) 答案:  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$  改为  $y = -\frac{1}{2}x^2$ 。解析:

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$ ,  $y$ 轴向下平移2个单位, 则  $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ ,  $x$ 轴向右平移3个单位,  $y = -\frac{1}{2}(x-3+3)^2 = -\frac{1}{2}x^2$ 。

第33题 (题目 P40, 答案 P39) 题目:  $\cos 2x + \sin x - a = 0$  改为  $\cos^2 x + \sin x - a = 0$ 。

第35题 (题目 P40, 答案 P39) 题目: 函数  $y = 2\sin x$  改为函数  $y = \sin 2x$ 。

## 解答题

第12题 (题目 P46, 答案 P46) 解析:  $6\sin 2\alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2\cos 2\alpha = 0$  改为  $6\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha = 0$ ,  $6\tan 2\alpha + \tan \alpha - 2 = 0$  改为  $6\tan^2 \alpha + \tan \alpha - 2 = 0$ 。

注: 即  $6\sin 2\alpha$  改为  $6\sin^2 \alpha$ ,  $2\cos 2\alpha$  改为  $2\cos^2 \alpha$ ,  $6\tan 2\alpha$  改为  $6\tan^2 \alpha$ 。

第13题 (题目 P47, 答案 P46) 题目: 求  $\cos 3\alpha - \sin 3\alpha$  的值改为求  $\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha$  的值。

第15题 (题目 P48, 答案 P47)

题目:  $\frac{\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \beta}$  改为  $\frac{\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ 。

注: 即原题目中的  $\frac{1}{\sin^2 \beta}$  改为  $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ 。

## 第五章 数列

### 选择题

第31题 (题目 P57, 答案 P55) 答案不变, 解析改为:  $S_n = a^n - 1$ ,  $S_{n-1} = a^{n-1} - 1$ ,

$a_n = S_n - S_{n-1} = (a-1)a^{n-1}$ . 若  $a=0$  时, 则  $a_n = \begin{cases} -1, & n=1 \\ 0, & n \geq 2 \end{cases}$ , 此时既不是等比数列, 也不

是等差数列; 若  $a=1$  时, 则是等差数列; 若  $a \neq 0$  且  $a \neq 1$  时,  $a_n = (a-1)a^{n-1}$ , 此时为等比数列。只有③, ④正确。故正确的个数为2个。

### 解答题

第13题 (题目 P69, 答案 P69) 解析:  $a_1(1-3d_2) = -2d$  改为  $a_1(1-3d^2) = -2d$ 。

第14题(题目 P69, 答案 P69) 解析: 
$$\begin{cases} \frac{a}{q} \cdot a \cdot aq = 216 \\ a + aq + (3aq - a) = 36 \end{cases} \quad \text{改为} \quad \begin{cases} \frac{a}{q} \cdot a \cdot aq = 216 \\ a + aq + (2aq - a) = 36 \end{cases} .$$

第19题(3)小题(题目 P73, 答案 P72) 解析: 要使  $b_{n-1} > b_n$  恒成立改为要使  $b_{n+1} > b_n$  恒成立。

第20题第(1)小题(题目 P74, 答案 P73) 解析:  $c_1 \cdot c_2 =$  改为  $c_1 \cdot c_3 =$ 。

## 第七章 导数

### 解答题

第13题(题目 P108, 答案 P105) 题目: 如果函数  $y = f(x)$  在区间上有零点改为如果函数  $y = f(x)$  在区间  $[-1, 1]$  上有零点。

注: 即在区间后加上  $[-1, 1]$ 。

## 第九章 向量代数

### 选择题

第8题(题目 P122, 答案 P117) 题目: A 选项  $\frac{3\sqrt{5}}{3}$  改为  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 。

第9题(题目 P122, 答案 P117) 解析:  $-y\overrightarrow{AB}(1+y)\overrightarrow{AC} = -y\overrightarrow{AB} + (1+y)\overrightarrow{AC}$ 。

第12题(题目 P122, 答案 P118) 题目: “ $b \parallel c$ , 则” 后加上  $|a + b| =$ 。

第14题(题目 P123, 答案 P118) 题目:  $P$  为线段 上的点改为  $P$  为线段  $AB$  上的点。

注: 即 “ $P$  为线段” 后加上  $AB$ 。

第20题(题目 P123, 答案 P121) 题目:  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{OA}|$ , 则 的值改为  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{OA}|$ , 则  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  的值。

注: 即 “则” 后加上  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 。

第 23 题 (题目 P124, 答案 P121) 题目: 满足  $P_0 = \frac{1}{4} AB$  改为满足  $P_0 B = \frac{1}{4} AB$ 。

第 28 题 (题目 P124, 答案 P123) 题目:  $\mathbf{b} = (-x^2, x^2)$  改为  $\mathbf{b} = (-x, x^2)$ 。

第 29 题 (题目 125, 答案 P123) 解析:  $60^\circ + 4^2 = 28$  前加上  $\cos$ , 即  $60^\circ$  改为  $\cos 60^\circ$ 。

### 解答题

第 5 题 (题目 P129, 答案 P130) 题目: 且  $\vec{m} \cdot \vec{n} = 1$ ,  $\sqrt{3} \sin x + \cos x$  改为且  $\vec{m} \cdot \vec{n} = 1$ ,

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x。$$

注: 即 “ $\sqrt{3} \sin x + \cos x$ ” 前加上  $f(x) =$ 。

## 第十章 直线和圆的方程

### 三、解答题

第 4 题第 (2) 小题 (P139, 答案 P140) 解析改为:  $\frac{|a+a-2|}{\sqrt{a^2+1}} = 2 \Rightarrow a = 0$ 。

## 第十一章 圆锥曲线方程

### 填空题

第 4 题 (题目 P147, 答案 P148) 题目: 则  $|PA| + |PF_1|$  的最小值是改为则  $|PA| + |PF_1|$  的最大值是。

注: 即题目改为求  $|PA| + |PF_1|$  的最大值。

## 第十二章 平面几何

### 选择题

第 17 题 (题目 P166, 答案 P166) 答案: C 改为 D。解析: 图中阴影部分的面积

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 - \frac{1}{6} \times (\sqrt{3})^2 \pi \right] = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}。$$