

小学数学夏令营练习卷——参考答案

一、选择题

- 1.C 2.B 3.B 4.C 5.B 6.B
7.C 8.A 9.B 10.A 11.B 12.A

二、填空题

13. 8:12:15 14. 9 15. $\frac{1}{3}$ 16. $\frac{1}{e^2}$
17. 947130 18. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 19. $1-\sqrt{2}$ 20. 2

三、解答题

21.[解析]设：此人从家里出发到火车开车的时间为 x 小时，

根据题意可列方程： $30(x-\frac{15}{60})=18(x+\frac{15}{60})$ ，解得 $x=1$

此人打算在火车开车前 10 分钟到达，骑摩托车的速度应为

$$\frac{30 \times (1 - \frac{15}{60})}{1 - \frac{10}{60}} = 27 \text{ (千米/小时)}$$

答：骑摩托车的速度应为每小时 27 千米。

22.[解析] (1) 由 $f(x) = x^3 + f'(\frac{2}{3})x^2 - x + c$ ，得 $f'(x) = 3x^2 + 2f'(\frac{2}{3})x - 1$

令 $x = \frac{2}{3}$ ，得 $f'(\frac{2}{3}) = 3(\frac{2}{3})^2 + 2f'(\frac{2}{3}) \times \frac{2}{3} - 1$ ，解得 $f'(\frac{2}{3}) = -1$

$\therefore f(x) = x^3 - x^2 - x + c$ ，而 $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = 3(x + \frac{1}{3})(x - 1)$

由 $f'(x)$ 的图像可知，

$f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ ； $f(x)$ 的单调递减区间是 $(-\frac{1}{3}, 1)$ 。

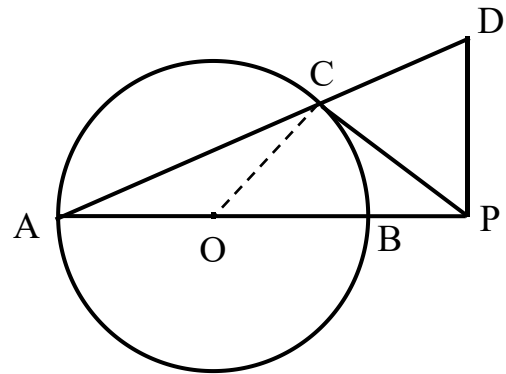
(2) 由 (1) 知 $f(x)_{\text{极大值}} = f(-\frac{1}{3}) = \frac{5}{27} + c$ ， $f(x)_{\text{极小值}} = f(1) = -1 + c$

\therefore 方程 $f(x) = 0$ 有且只有两个实数根等价于 $f(x)_{\text{极大值}} = 0$ 或者 $f(x)_{\text{极小值}} = 0$

\therefore 常数 $c = -\frac{5}{27}$ 或 1。

23.[解析]

(1)证明：连接OC

 $\because CP$ 是圆O的切线, $\therefore \angle OCP = 90^\circ$ $\therefore \angle ACO + \angle PCD = 90^\circ$ 又 $\because PD \perp AP$, $\therefore \angle DPA = 90^\circ$ $\therefore \angle A + \angle D = 90^\circ$ $\because OA = OC$, $\therefore \angle A = \angle ACO$ 故 $\angle PCD = \angle D$ $\therefore PC = PD$ (2)设 $BP = x$, 则 $AB = 3x$

$$\therefore OP = OB + BP = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

在Rt $\triangle OCP$ 中, $OP^2 = OC^2 + PC^2$

$$\text{即} \left(\frac{5}{2}x\right)^2 = \left(\frac{3}{2}x\right)^2 + PC^2, \text{解得} PC = 2x$$

又由(1)知 $PD = PC = 2x$

$$\therefore \text{在Rt}\triangle APD\text{中, } \tan \angle BAC = \frac{PD}{AP} = \frac{2x}{3x+x} = \frac{1}{2}.$$

闽试教育
MINSHI EDUCATION